

Berekenen en ontwerpen van  
eenvoudige constructies  
van bouwwerken

# ↑ Mechanica + constructie

V.G. Keijzers

Berekenen en ontwerpen van eenvoudige  
constructies van bouwwerken

# Mechanica + constructie 1

V.G. Keijzers



# Colofon

tekst ir. V.G. Keijzers  
eindredactie ir. C.H. van Eldik / Bouwen met Staal  
vormgeving Karel Ley / Fig.84-Reclamestudio

uitgave Bouwen met Staal  
ISBN 978-90-75146-00-4  
foto omslag woontoren De StadsHeer in Tilburg van EGM architecten



Bouwen met Staal  
[www.bouwenmetstaal.nl](http://www.bouwenmetstaal.nl)

## ©Bouwen met Staal 2020

Alle rechten voorbehouden. Niets uit deze uitgave mag worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand en/of openbaar gemaakt – in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of op enige andere manier – zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever.

Aan de totstandkoming van deze publicatie is de uiterste zorg besteed. Desondanks zijn eventuele (druk)fouten en onvolkomenheden niet uit te sluiten. De uitgever sluit – mede ten behoeve van al degenen die aan deze publicatie hebben meegewerkt – elke aansprakelijkheid uit voor directe en indirecte schade, ontstaan door of verband houdende met de toepassing van deze publicatie.

# Illustratieverantwoording

Alle niet-genoemde foto's en alle tekeningen komen uit het archief van Bouwen met Staal. Van sommige niet-genoemde afbeeldingen is de rechthebbende onbekend. L = links; R = rechts.

Alamy Stock Photo / Lourens Smak 6.54  
Alamy Stock Photo / picturesbyrob 8.1  
Alamy Stock Photo / Tony Vingerhoets 7.61, 8.28  
ANP Photo / Wim Offermans 1.4  
Architectuurfotografie Fas Keuzenkamp 7.31  
Sandra Beckerman 8.16a  
Belgian Lifting & Equipment Company 2.12  
bestofhouse.net 4.1  
I.J.J. Broekhoven 5.18  
Corbis / Larry Lee Photography 1.6  
David Wakely Photography 6.48  
Dak & Gevel Ingenieurs 8.2  
Derix 5.17  
C.H. van Eldik 3.7, 3.8, 3.21, 4.31, 4.40, 7.60, 8.16d, 8.19, 8.27  
Emporis / Krivec 6.50  
A. Fagundes / Dreamstime.com 1.1  
Forster Profilsysteme 6.47  
Gebr. Beentjes GWW 5.40  
Genico Creactive Stairs 2.32  
Glabb 6.3  
Groot Lemmer 6.4  
De Groot Vroomshoop 5.3  
Heko Spanten 5.16  
Fotopersburo Bert Jansen 4.2  
Jos van den Bersselaar Constructie 6.5  
V.G. Keijzers 3.11, 4.34, 5.1, 5.39, 6.8, 6.10, 7.11, 7.15, 7.56, 7.65, 8.21, 8.24, 8.32  
Dick Kroesbergen 6.7  
Karel Ley / Fig.84-Reclamestudio cover, 7.6  
Jannes Linders 7.32  
Luchtfotografie / Irvin van Hemert 1.2  
Mallens Constructiebedrijf 5.38R, 7.37  
Nobutec 6.2  
Pieters Bouwtechniek 3.1  
Prequest 6.9  
W. Riemens 6.49  
Rijkswaterstaat / Joop van Houdt 8.16c  
Emiel Schoonen 2.34  
Hans Schneider 6.1  
Sean Pavone Photo 2.1  
Solid Steel Structures 1.14  
Studwelders / Composite Metal Flooring 7.29  
University of Washington Special Collections 8.15  
Van Ee Speeltoestellen 1.10  
Vissers & Partners 6.14L  
voestalpine SadeF 7.38  
Vulkers Fotografie 2.33  
www.archiexpo.com 2.28  
www.freepik.com 1.3  
Mark Yashinsky 5.2

*Mechanica + constructie 1* is een vervolg op *Kracht + vorm*. Errata, correcties, en aanvullingen op deze studieboeken zijn via [www.bouwenmetstaal.nl](http://www.bouwenmetstaal.nl) onder 'publicaties' en 'correcties (errata)' gratis te downloaden.

# Voorwoord

*Mechanica + constructie* is een mechanica- én constructieboek ineen en sluit aan op de huidige onderwijsmethoden in het hoger beroepsonderwijs (HBO), waarin vakgebieden steeds meer worden geïntegreerd. Zo ook binnen het constructieve onderwijs, waarin de mechanica direct wordt toegepast en tevens onderdeel is van het constructieve ontwerp én de constructieve berekening. Bovendien wordt van de student steeds meer zelfwerkzaamheid gevraagd. Door deze veranderende leeromgeving is een ander soort studiemateriaal nodig. Als antwoord daarop is dit boek ontstaan.

*Mechanica + constructie* is een basisboek, in Nederland bedoeld voor de eerste studiejaar van de opleidingen Bouwkunde, Civiele Techniek en de Brede Bachelor. In Vlaanderen is het boek bedoeld voor de opleiding Professionel Bachelor Bouwkunde én de bachelorjaren van de ingenieurs- en architectuur-opleidingen. Maar ook in andere hogere technische opleidingen kan het worden gebruikt. Het boek bestaat uit twee delen. In deel 1 ligt het accent op de inleiding van zowel de mechanica als het construeren. Deel 2 behandelt enkele specifieke onderwerpen van de mechanica met meer aandacht voor constructieve aspecten. *Mechanica + constructie* is een logisch vervolg op het boek *Kracht + vorm*, waarin kennis wordt gemaakt met constructies van bouwwerken, de krachtswerking daarin en het inzicht in algemene constructieve principes en oplossingen.

*Mechanica + constructie 1* behandelt de mechanica en constructieve ontwerpaspecten die horen bij de beroepsspecifieke competenties die de basiskennis van het bouwen beschrijven. De constructies zijn statisch bepaald en het materiaalgedrag voor de krachtsverdeling en toetsing is lineair-elastisch. De tekst behandelt eenvoudige constructieve voorbeelden in staal, beton en hout die zijn gericht op specifieke bouwkundige en civieltechnische deelproblemen van de mechanica, aangevuld met constructieve ontwerpaspecten en praktijkgerichte oefenopgaven. Enkele karakteristieke voorbeelden en opgaven worden in opeenvolgende hoofdstukken verder uitgebouwd tot een complete constructieve berekening. Vanaf de schematisering en de krachtsverdeling tot en met het toetsen van de sterkte en de vervorming verlopen de berekeningen volgens de notaties van de Eurocodes. Onderwerpen zoals schematisering van constructies, belastingen en materiaaleigenschappen worden – voor zover nodig – beknopt beschreven. Er wordt daarom regelmatig verwezen naar deel 2, waar deze onderwerpen uitgebreid worden behandeld. Het opstellen van de belastingcombinaties komt uitsluitend in deel 2 aan de orde.

*Mechanica + constructie 2* behandelt de mechanica van een aantal onderwerpen die thuishoren bij beroepsspecifieke competenties voor de specialisatie constructies: statisch onbepaalde constructies, meer complexe spanningstoestanden én wringing. In dit deel worden ook de mechanische materiaaleigenschappen uitgebreid beschreven, evenals het schematiseren van constructies en belastingen. Bovendien worden ook de basisbegrippen over belastingen, constructieve veiligheid en belastingcombinaties toegelicht volgens de uitgangspunten van de Eurocode. Het hoofdstuk over constructief ontwerpen formuleert de variabelen waarvoor oplossingen moeten worden bedacht bij het maken van een constructief ontwerp. Daarnaast worden vuistregels en ontwerpformules gepresenteerd voor het dimensioneren van vloeren, liggers en kolommen in staal, beton en hout.

Dit boek is mede tot stand gekomen door de inbreng van collega-docenten met jarenlange ervaring in het HBO-onderwijs Bouwkunde en Civiele Techniek. Paul van Maris (Avans Hogeschool) droeg bij aan de hoofdstukken 7 en 8. Olaf Verschuren (Hogeschool Utrecht) gaf doorlopend feedback op uiteenlopende onderwerpen. Martijn Zeegers (Hogeschool Utrecht) leverde materiaal aan voor een aantal hoofdstukken en stond – samen met Birgit Kuilenberg en Frouke de Boer (Hanzehogeschool Groningen) – aan de wieg van de hoofdstukken 2 t/m 6.

De meelezers en tevens vakdocenten Hans Sloots en Michael van Nielen (Avans Hogeschool), Michiel Horikx en Jos Falek (Hogeschool van Amsterdam), Gerrit Verkerk (Hogeschool Rotterdam), Johan Kousemaker (Haagse Hogeschool), Steven Beune (Hogeschool Saxion), Thomas Beuker en Jaap Rikken (HAN University of Applied Science), Huigert de Hoop (Hogeschool Windesheim) en Albert Repko (Hogeschool Zeeland) hebben op conceptversies reactie gegeven. Als gebruiker van een voorpublicatie leverde Merlijn Kamps (Hogeschool Rotterdam) nuttige feedback.

Suggesties en aanvullingen om specifieke Belgische aspecten toe te voegen, werden aangereikt door Koen Michiels (Infosteel). Eva Haerens (Odisee) toetste bij aanvang de overeenstemming met de Vlaamse onderwijsaanpak.

En tenslotte de uitgever en eindredacteur Cor van Eldik (Bouwen met Staal), die de verschijning van dit boek mogelijk maakte en met veel toewijding een belangrijke bijdrage leverde aan de inhoud, de structuur, de opbouw én de vormgeving van het boek.

Vincent Keijzers, september 2020



# Inhoud



<b>1 Evenwicht en eenheden</b>	<b>8</b>	<b>3.4 Eénzijdig ingeklemde, geknikte ligger</b>	<b>47</b>
1.1 Wetten van Newton	8	3.5 Parate kennisvragen	49
1.2 Newton in de bouwpraktijk	10	3.6 Oefenopgaven	49
1.2.1 Evenwicht en translatie	11		
1.2.2 Evenwicht en rotatie	12	<b>4 Inwendig evenwicht van liggers</b>	<b>52</b>
1.2.3 Berekenen van het evenwicht	14	4.1 Normalkrachten door trek (of druk)	53
1.3 Rekenen in eenheden	16	4.2 Dwarskrachten en buigende momenten door een puntlast	54
1.3.1 Basisgrootheden en afgeleide grootheden	16	4.2.1 Snedekrachten uit de evenwichtsvergelijkingen	55
1.3.2 Symbolen, eenheden en getalgrrootte in de berekening	16	4.2.2 Snedekrachten uit de krachtswerking ten opzichte van een snede	58
1.4 Parate kennisvragen	18	4.2.3 Tekenen van de V- en M-lijn	59
1.5 Oefenopgave	19	<b>4.3 Dwarskrachten en buigende momenten door een lijnlast</b>	<b>60</b>
<b>2 Krachtenleer</b>	<b>20</b>	4.3.1 Snedekrachten uit de evenwichtsvergelijkingen	60
2.1 Eigenschappen van een kracht	21	4.3.2 Snedekrachten uit de krachtswerking ten opzichte van een snede	61
2.2 Grafische en analytische methoden	21	4.3.3 Tekenen van de V- en M-lijn	61
2.3 Grafisch samenstellen en ontbinden van krachten	22	<b>4.4 Weetjes voor het berekenen en tekenen van de V- en M-lijn</b>	<b>62</b>
2.3.1 Krachtenparallelogram	22	4.5 Voorbeelden van het berekenen en tekenen van de N-, V- en M-lijn	66
2.3.2 Krachtenveelhoek	24	4.5.1 Ligger met overstek	66
2.3.3 Ontbinden van krachten	25	4.5.2 Onderslagbalk van een fiets- en voetgangersbrug	70
2.4 Analytisch ontbinden en samenstellen van krachten	27	4.5.3 Eénzijdig ingeklemde, geknikte ligger	74
2.4.1 Krachten die door één punt gaan	27	4.6 Parate kennisvragen	76
2.4.2 Krachten die evenwijdig lopen	31	4.7 Oefenopgaven	77
2.4.3 Momentenstelling van Varignon	31		
2.5 Verplaatsen van een kracht	33		
2.6 Parate kennisvragen	34		
2.7 Oefenopgaven	35		
<b>3 Uitwendig evenwicht van liggers</b>	<b>38</b>		
3.1 Schematiseren	39		
3.2 Ligger met overstek	41		
3.3 Onderslagbalk van een fiets- en voetgangersbrug	44		



<b>5</b>	<b>Scharnierliggers en driescharnierspanten</b>	<b>80</b>	<b>7.3</b>	<b>Spanningen door een buigend moment</b>	<b>150</b>
5.1	Scharnierliggers	81	7.3.1	Elastische buigspanningen	150
5.1.1	Ontwerpen van scharnierliggers	81	7.3.2	Toetsen van de doorsnede	160
5.1.2	Tweevelds-scharnierligger	82	7.3.3	Kipstabiliteit	165
5.1.3	Drievelds-scharnierligger	86	7.3.4	Spanningen door dubbele buiging	171
5.2	Driescharnierspanten	90	7.4	Spanningen door een dwarskracht	175
5.2.1	Ontwerpen van driescharnierspanten	90	7.4.1	Schuifspanningen, elastisch	176
5.2.2	Driescharnierspant uitgevoerd als portaalspant	92	7.4.2	Toetsen van de doorsnede	180
5.2.3	Driescharnierspant uitgevoerd als kniespant	95	7.5	Combinatie van snedekrachten	184
5.3	Parate kennisvragen	99	7.6	Parate kennisvragen	188
5.4	Oefenopgaven	100	7.7	Oefenopgaven	189
<b>6</b>	<b>Vakwerken</b>	<b>104</b>	<b>8</b>	<b>Vervormingen</b>	<b>196</b>
6.1	Efficiënt materiaalgebruik	105	8.1	Materiaaleigenschappen	197
6.2	Ontwerpen van vakwerkliggers	106	8.2	Vervorming door een normaalkracht	199
6.3	Berekenen van vakwerken	111	8.2.1	Knoopverplaatsingen in eenvoudige vakwerken	201
6.3.1	Uitgangspunten voor de berekening	112	8.3	Vervorming door een buigend moment	205
6.3.2	Staafrachten vanuit de V- en M-lijn	114	8.3.1	Doorbuiging met 'vergeet-mij-nietjes'	205
6.3.3	Staafrachten met de knooppuntmethode	118	8.3.2	Toetsen van de doorbuiging	211
6.3.4	Staafrachten met de snedemethode	124	8.4	Parate kennisvragen	218
6.4	Onderspannen liggers	130	8.5	Oefenopgaven	218
6.5	Parate kennisvragen	132			
6.6	Oefenopgaven	133			
<b>7</b>	<b>Spanningen, elastisch</b>	<b>136</b>	<b>Bijlagen</b>		
7.1	Materiaaleigenschappen	137	A	Wiskundige relaties tussen belasting en doorbuiging	224
7.2	Spanningen door een normaalkracht	138	B	Basisbelastinggevallen met 'vergeet-mij-nietjes'	242
7.2.1	Zwaartepunt van een doorsnede	139	C	Mechanische eigenschappen van constructiematerialen	246
7.2.2	Toetsen van de doorsnede	141			
7.2.3	Knikstabiliteit	145			